



Dynamisk aktivallokering: Bør allokeringen ændres, når markederne dykker?

Nystrup, Peter; Hansen, Bo William ; Larsen, Henrik Olejasz

Published in:
Finans/Invest

Publication date:
2018

Document Version
Publisher's PDF, also known as Version of record

[Link back to DTU Orbit](#)

Citation (APA):
Nystrup, P., Hansen, B. W., & Larsen, H. O. (2018). Dynamisk aktivallokering: Bør allokeringen ændres, når markederne dykker? *Finans/Invest*, (4 - August), 28-35.

General rights

Copyright and moral rights for the publications made accessible in the public portal are retained by the authors and/or other copyright owners and it is a condition of accessing publications that users recognise and abide by the legal requirements associated with these rights.

- Users may download and print one copy of any publication from the public portal for the purpose of private study or research.
- You may not further distribute the material or use it for any profit-making activity or commercial gain
- You may freely distribute the URL identifying the publication in the public portal

If you believe that this document breaches copyright please contact us providing details, and we will remove access to the work immediately and investigate your claim.

Dynamisk aktivallokering: Bør allokeringen ændres, når markederne dykker?

I denne artikel diskuteres resultaterne fra et nyligt afsluttet ErhvervsPhD-projekt om dynamisk aktivallokering. En af konklusionerne er, at dynamisk aktivallokering baseret på identifikation af regimeskift i finansielle tidsrækker i høj grad er i stand til at forbedre det risikojusterede afkast og reducere tabsrisikoen sammenlignet med traditionelle, statiske benchmarks, hvor allokeringen ikke ændres over tid. Regimeskiftmodeller kan genskabe finansielle markeders tendens til pludseligt at skifte opførsel og det fænomen, at den nye opførsel ofte varer ved længe efter et skift. Projektet har med en praktisk tilgang demonstreret vigtigheden af at identificere og agere på regimeskift for at begrænse tab og bygge robuste porteføljer.

AF FORFATTERE



Forskningschef, cand.polyt., ph.d., **Peter Nystrup**,
ANNOX og DTU Compute
E-mail: pnys@dtu.dk

Peter Nystrup er forskningschef hos hedgefonden ANNOX og postdoc ved Institut for Matematisk Modellering og Computer Science på Danmarks Tekniske Universitet, DTU, i samarbejde med Lunds universitet. Han har tidligere været ErhvervsPhD-studerende hos Sampension og er én af de første i Danmark med en ph.d. inden for finansiell ingeniørvidenskab.



Afdelingschef, **Bo William Hansen**,
Sampension
E-mail: bwh@sampension.dk

Bo William Hansen er leder af Investeringsanalyse hos Sampension, der bl.a. varetager de interne analyser til brug for strategisk aktivallokering. Tidligere har han arbejdet med risikoanalyse og konjunkturmodeller i Danmarks Nationalbank. Han er uddannet nationaløkonom fra Aarhus Universitet, University of New South Wales og European University Institute.



Investeringsdirektør, cand.polit., **Henrik Olejasz Larsen**,
Sampension
E-mail: hzl@sampension.dk

Henrik Olejasz Larsen er investeringsdirektør hos Sampension og ekstern lektor ved Økonomisk Institut på Københavns Universitet, KU, hvor han underviser i finansiering. Han har tidligere været ansat i en række danske finansielle virksomheder.

Note: ErhvervsPhD-projektet var et samarbejde mellem Sampension, Danmarks Tekniske Universitet og Lunds universitet støttet af Innovationsfonden. Projektet førte desuden til et forskningssamarbejde med Stanford University i Californien. I forbindelse med denne artikel takkes en anonym referee for en række kommentarer til en tidligere version af artiklen.

Pensionsvirksomheder og andre langsigtede investorer kan ofte bære risikoen for store markedsudsving eller ekstreme hændelser bedre end den gennemsnitlige investor. Som kompensation for at påtage sig denne risiko håber de at opnå et merafkast. Gennem strategisk aktivallokering (SAA) søger de at udvikle robuste porteføljer baseret på langsigtede forventninger til afkast og risiko. Selvom aktivklassernes opførsel varierer signifikant over tid, forsøger traditionelle tilgange ikke at tilpasse

allokeringen ud over løbende rebalancering. Selv hvis den strategiske aktivallokering genovervejes årligt, ændres den typisk ikke væsentligt, så længe målet er robusthed på tværs af en række forskellige scenarier.

Finanskrisen i 2008 viste, at diversifikation ikke er tilstrækkeligt til at undgå store tab, fordi korrelationerne mellem risikofyldte aktiver styrkes i turbulente perioder, jf. Pedersen (2009) og Ibragimov, Jaffee og Walden (2011). Risikopræmier, volatiliteter og korrelationers tidsvarierende opførsel har stor betydning for optimal risikostyring, da porteføljevægte bør tilpasses, efterhånden som ny information bliver tilgængelig. Formålet med dynamisk aktivallokering (DAA) er at udnytte gunstige perioder og reducere potentielle tab i turbulente perioder. Selv for investorer med en lang investeringshorisont er det værdifuldt at undgå store tab. Ydermere giver dette mulighed for at øge risikoen på gunstige tidspunkter, uden at risikoen øges samlet set. Bedre risikostyring kan derfor direkte omsættes til højere risikojusterede afkast.

DAA er et aktuelt emne, da størstedelen af aktiverne i f.eks. pensionsvirksomheder og statslige investeringsfonde forvaltes med udgangspunkt i statiske benchmarks. Sampension er i lighed med andre institutionelle investorer interesseret i at indarbejde dynamisk beslutningstagning i valget af porteføljesammensætning, både for at forbedre afkastet og som et risikostyringsværktøj. DAA baseret på identificerede regimer kaldes også regimebaseret aktivallokering (RBAA). Når regimerne er fleksible og af forskellig varighed, adskiller RBAA sig fra taktisk aktivallokering (TAA), som i højere grad er baseret på kort-sigtede afvigelser fra den strategiske allokering. TAA fokuserer desuden oftest på afkastmaksimering, hvor DAA i lige så høj grad handler om risikostyring og tabskontrol.

DAA kan godt være profitabelt, selvom markederne er efficients. I et efficient marked afspejler priserne al tilgængelig information, således at der ikke er arbitragemuligheder, jf. Fama (1970) og Pedersen (2015). Med tidsvarierende risikopræmier vil afkast imidlertid generelt indeholde et forudsigeligt element, også under den efficients markedshypotese, jf. Engsted (2006). Dette kan eksempelvis skyldes en konjunkturcyklus, hvor den forventede kapitalforrentning eller afkastkravet ændrer sig i takt med de forskellige økonomiske faser. Så længe konjunkturcyklussen ikke følger en deterministisk proces, behøver aktivpriserne ikke være uforudsigelige. Endog kan aktivpriserne være cykliske selv med deterministiske investeringsmuligheder, jf. Grandmont (1985). Selv hvis regimer og andre tidsvarierende

investeringsmuligheder ikke kan forudsiges, er det ikke optimalt at se bort fra dette, idet den optimale (statistiske) strategiske aktivallokering skal tage højde herfor, jf. Merton (1973a).

Artiklen er opdelt i to overordnede afsnit: 1) Regimeskift i finansielle tidsserier samt 2) Dynamisk aktivallokering og tabskontrol. I det første afsnit diskuteres den anvendte regimeskiftmodel og antallet af identificerede regimer, som skal anvendes til aktivallokering. Desuden præsenteres resultaterne fra en simpel aktivallokeringsmodel med to aktivklasser, to regimer og en række foruddefinerede (ikke-optimerede) investeringsstrategier. I det andet afsnit betragtes dynamisk aktivallokering som et optimeringsproblem, hvor afkastforudsigelserne kommer fra en regimeskiftmodel. I dette tilfælde gennemgås resultaterne fra en allokeringsmodel med ti aktivklasser, hvor allokeringen bestemmes fra dag til dag gennem porteføljeoptimering. Modellen gør det muligt at sammenligne den efficiente rand for forskellige dynamiske investeringsstrategier, når der bl.a. pålægges forskellige tabsbegrænsninger.

Regimeskift i finansielle tidsserier

Forestil dig at observere en persons hjerterytme. Mens personen sover, observeres en lav gennemsnitlig puls med lav volatilitet. Når personen vågner, ses en pludselig stigning i pulsens gennemsnitlige niveau og volatilitet. Uden at vi faktisk ser personen, kan vi med rimelighed konkludere, om han eller hun er vågen eller sover, altså hvilken tilstand personen befinder sig i. Afkast er hjerterytmen på det finansielle marked.

Regimeskift, hvoraf nogle er tilbagevendende (højkonjunktur og lavkonjunktur) og andre er enkeltstående (strukturelle brud), forekommer på tværs af finansielle markeder og i mange

makroøkonomiske tidsserier, jf. Ang og Timmermann (2012). Observerede regimer i finansielle markeder kan i et vist omfang relateres til faserne i den økonomiske cyklus, jf. Campbell (1999) og Cochrane (2005). Relationen er imidlertid kompleks og vanskelig at udnytte til investeringsformål på grund af den lave frekvens og betydelige forsinkelser i offentliggørelsen af konjunkturdata, som desuden ofte er genstand for efterfølgende revisioner. Såfremt de finansielle markeder er efficiente, bør den økonomiske udvikling alligevel være afspejlet i aktivpriserne, i det omfang den kan forudsiges. Vi har på den baggrund alene fokuseret på tilgængelige markedsdata frem for at forsøge at knytte aktivallokeringen eksplicit til f.eks. faseskift i de ledende indikatorer fra OECD, som i Hesselholt og Knuthsen (2009).

Regimeskiftmodeller kan genskabe kursudsvingene på de finansielle markeder, herunder tendensen til store udsving som følge af et pludseligt stemningsskift blandt investorerne, samt det fænomen, at den nye adfærd ofte er forbundet med en vis grad af vedholdenhed. Selvom regimeskiftmodeller, såsom den skjulte Markov-model i Faktaboks 1, er statistiske black-box-modeller, kan de identificerede regimer ofte kobles til faserne i den økonomiske cyklus, jf. Ahlgren og Dahl (2010). Muligheden for at tillægge regimerne en økonomisk fortolkning har bidraget til at øge modellens popularitet.

Hvor mange regimer?

I omtrent halvdelen af alle finansielle anvendelser af regimeskiftmodeller vælges antallet af regimer baseret på økonomiske tolkninger snarere end statistiske ræsonnementer, jf. Guidolin (2011). I mange tilfælde er der tale om *fire regimer*, som afspejler traditionelt benævnte konjunkturfaser: Opsving, ekspansion, opbremsning og nedtur. I et opsving favoriseres aktier og andre risikofyldte aktiver, mens kreditsikre obligationer overvægtes i en nedtur.

Regimeskift fører til tidsvarierende parametre; men også parametrene inden for regimerne og overgangssandsynlighederne ændrer sig over tid, jf. Nystrup, Madsen og Lindström (2017). Overraskende få studier tager højde for dette, skønt det har stor betydning for det optimale modelvalg og de resultater, der opnås. Af samme grund opnås der ofte betydeligt bedre resultater in-sample end out-of-sample, jf. Dacco og Satchell (1999). Jo længere en periode tidsserien dækker over, desto flere regimer skal der til for at kompensere for ændringer i modelparametrene.

Ved at bruge adaptive estimationsmetoder til at tage højde for tidsvariationen i parametrene er det muligt bedre at genskabe den træghed i volatiliteten, der ses i data, og som dynamisk aktivallokering udnytter, jf. Nystrup, Madsen og Lindström (2017). Dette kan eksempelvis gøres ved at tillægge observationerne eksponentielt aftagende vægte i forbindelse med estimeringen af modelparametre, så der lægges mest vægt på de nyeste observationer. Ved at tage højde for tidsvariationen i parametrene er *to regimer* med betingede normalfordelinger tilstrækkeligt til at genskabe finansielle afkastseriers karakteristika, herunder ”tunge” haler, skævhed og volatilitetsklumpning. Der er tale om to regimer kendetegnet ved henholdsvis lav volatilitet og høj volatilitet, hvor middelfkastet på risikofyldte aktiver er betydeligt lavere i det høj-volatile regime.

Der er stor forskel på at kalibrere en regimeskiftmodel til en lang tidsserie med det formål at inddele tidsserien i regimer og så en sekventiel anvendelse, hvor der hver dag tilføjes en

FAKTABOKS 1: En skjult Markov-model

Skjulte Markov-modeller til mønstergenkendelse har fundet anvendelse inden for mange felter, f.eks. til computergenkendelse af talte sætninger, genfindning i DNA-sekvenser, modellering af bygningers varmedynamik, forudsigelse af trafikpropper mv. I talegenkendelse og genfindning er der tale om diskrete tilstande (bogstaver i alfabetet), hvor det i afkodningen er afgørende at tage hensyn til grundlæggende regler (grammatiske regler og kendte genstrukturer).

Til identifikation af regimeskift i finansielle tidsserier er hvert regime typisk beskrevet ved en sandsynlighedsfordeling med bestemte egenskaber (middelværdi, varians mv.). Et eksempel på en regimeskiftmodel er en skjult Markov-model med to regimer, hvor den betingede fordeling i hvert regime er en normalfordeling:

$$Y_t | X_t \sim N(\mu_{X_t}, \sigma_{X_t}^2),$$

hvor

$$\mu_{X_t} = \begin{cases} \mu_1, & \text{hvis } X_t = 1, \\ \mu_2, & \text{hvis } X_t = 2, \end{cases} \quad \sigma_{X_t}^2 = \begin{cases} \sigma_1^2, & \text{hvis } X_t = 1, \\ \sigma_2^2, & \text{hvis } X_t = 2, \end{cases} \quad \text{og } \Gamma = \begin{bmatrix} 1 - \gamma_{12} & \gamma_{12} \\ \gamma_{21} & 1 - \gamma_{21} \end{bmatrix}.$$

Y_t kunne f.eks. være daglige log-afkast for et aktieindeks, X_t de skjulte regimer og $\gamma_{ij} = \Pr(X_{t+1} = j | X_t = i)$ sandsynligheden for at skifte fra regime i til j .

For hver periode observerer regimeskiftmodellen et afkastudfald; men det er ukendt, hvilket regime der er tale om. Modellen kan således kun udtale sig om, hvilket regime det finansielle marked befinder sig i med en vis sandsynlighed. For hvert regime er der tilknyttet specifikke overgangssandsynligheder, som angiver sandsynligheden for at bevæge sig fra et regime til et andet. Eksempelvis kan der være en stor sandsynlighed for at skifte fra regime et til regime to, mens et skifte fra regime to til regime et kun sjældent observeres. På den baggrund er der tale om betingede sandsynligheder.

TABEL 1: Regimebaseret aktivallokering mellem aktier og obligationer i perioden 1996-2014.

Strategi	Annualiseret afkast	Standard afvigelse	Sharpe ratio	Maksimalt tab
Statisk:				
Aktier	0,069	0,18	0,38	0,58
Obligationer	0,060	0,03	1,90	0,05
Fast mix	0,064	0,09	0,72	0,32
Regimebaseret:				
Aktier-obligationer	0,114	0,09	1,23	0,13
Lang-kort aktier	0,096	0,18	0,52	0,44

Note: Tabellen opsummerer afkast og risiko for køb-og-hold strategier i aktier, obligationer og en fastsammensat portefølje med 51% aktier og 49% obligationer, samt regimebaserede strategier, der skifter mellem hhv. aktier og obligationer og at være lang og kort aktier, jf. Nystrup m.fl. (2015).

ny observation, som skal klassificeres. Færre regimer øger robustheden og gør det lettere at skelne mellem regimerne out-of-sample, hvilket har afgørende betydning, når de identificerede regimer skal udnyttes til aktivallokering. I det tidligere eksempel med en persons hjerterytme er det f.eks. relativt enkelt at konkludere, om personen er vågen eller sover, mens det vil være vanskeligere at vurdere, om personen sover, spiser, løber, går eller cykler.

Som et alternativ til en model med et bestemt antal regimer har vi, netop fordi regimerne ændrer sig over tid, undersøgt en tilgang baseret på ændringsdetektion. Idéen var gennem sekventiel hypotesetest at detektere ændringstidspunkter uden at antage en specifik statistisk fordeling og uden estimering af parametre. Resultatet var, at det i højere grad er ændring i volatilitet end i middelafrast, som adskiller regimerne, jf. Nystrup m.fl. (2016). Ændringsdetektion er en robust måde at identificere regimeskift, hvor der tillades et *kontinuum af regimer*. Til gengæld er metoden mindre anvendelig til aktivallokering, da identifikation af et ændringstidspunkt i sig selv ikke indeholder information om det nye regime.

Regimebaseret aktivallokering

Ang og Bekaert (2002) var blandt de første til at undersøge regimeskifts betydning for aktivallokering. RBAA kan give anledning til et merafkast samt reducere størrelsen af tab sammenlignet med en strategi, hvor der rebalanceres til et statisk benchmark. RBAA udnytter, at risikojusterede afkast gennemsnitligt er væsentlige lavere i perioder med turbulens på de finansielle markeder, uanset årsagen til turbulens, end i mere rolige perioder, jf. Kritzman og Li (2010) og Moreira og Muir (2017).

Som en del af ErhvervsPhD-projektet har vi undersøgt profitabiliteten af RBAA mellem henholdsvis aktier og obligationer (Nystrup m.fl., 2015) og foruddefinerede risk-on og risk-off porteføljer med flere forskellige aktivklasser (Nystrup m.fl., 2017). Udgangspunktet var i begge tilfælde en skjult Markov-model med tidsvarierende parametre, hvor identificeringen af regimer var baseret på daglige aktieafkast. I begge tilfælde var det tilstrækkeligt at skelne mellem to regimer, førend det var profitabelt at ændre aktivallokering udelukkende baseret på de identificerede regimer.

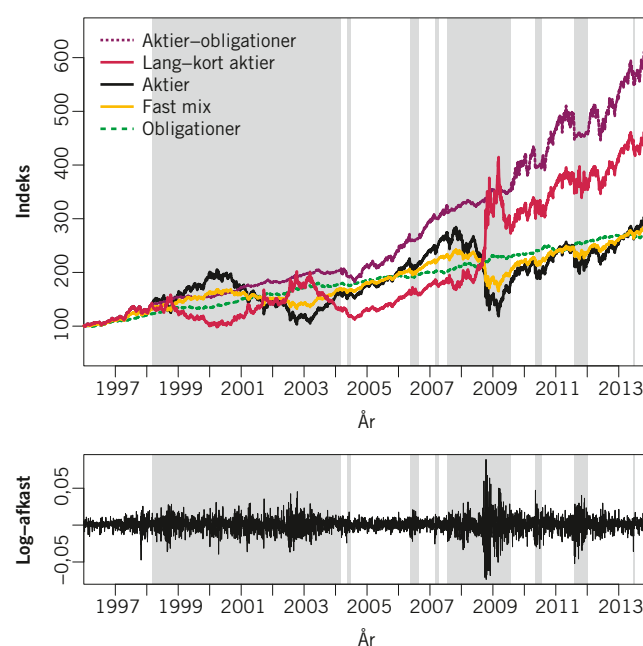
Tabel 1 viser resultaterne fra en simpel model med to re-

gimer, to aktivklasser (globale aktier og statsobligationer) og fem forskellige investeringsstrategier i perioden 1996-2014. Modellen blev estimeret sekventielt dag for dag og havde aldrig fordel af kendskab til fremtidige afkast. En køb-og-hold strategi i obligationer gav en fem gange højere Sharpe ratio end en køb-og-hold strategi i aktier. Hvis renterne falder lige så kraftigt i fremtiden, så er det svært at slå det risikojusterede afkast for obligationer.

Mere interessant er, at den regimebaserede strategi (aktier-obligationer), som var fuldt investeret i obligationer i de turbulente regimer og fuldt investeret i aktier i regimer med lav volatilitet, gav et væsentligt højere afkast end både aktier og obligationer. Desuden gav den et væsentligt højere afkast og Sharpe ratio end en fastsammensat portefølje (fast mix) rebalanceret til samme gennemsnitlige eksponering mod aktier og obligationer (hhv. 51% og 49%). Udover et højere afkast er det værd at bemærke, at RBAA-strategien kun har oplevet et begrænset tab i perioden.

Tabel 1 viser også resultatet af en regimebaseret lang-kort-strategi i aktieindekset. Lang-kort-strategien var ikke lige så profitabel som long-only-strategien, der skiftede mellem aktier og obligationer. Den gav dog et højere afkast end aktier med lidt mindre risiko. Den årlige omsætningshastighed for de regimebaserede strategier var kun lidt over én; så handelsomkostningerne skal overstige 239 basispunkter per handel, førend afkastet for den regimebaserede aktie-obligationsstrategi ville have været det samme som for den fastsammensatte portefølje.

Figur 1 viser afkastudviklingen på tværs af de identificerede regimer. Der har i alt været 16 regimeskift i løbet af den 18-årige dataperiode. Længden af de identificerede regimer varierer fra nogle få uger op til seks år, hvilket adskiller dem betydeligt

FIGUR 1: Regimebaseret aktivallokering mellem aktier og obligationer.

Note: Opdelingen i regimer med høj og lav volatilitet, der er illustreret med grå skygger, er baseret på de daglige log-afkast på aktier, som er vist nederst, jf. Nystrup m.fl. (2015).

fra den opdeling, der opnås med en konjunkturindikator, hvor der typisk er flere, mere jævnt fordelte regimer, jf. Hesselholt og Knuthsen (2009). De identificerede regimer giver især mening, når de sammenholdes med afkastene nederst i figuren. Her er det tydeligt, at der er tale om to regimer præget af henholdsvis lav volatilitet og høj volatilitet.

Litteraturen om RBAA er domineret af foruddefinerede beslutningsregler for, hvordan aktivallokeringen justeres i tilfælde af et regimeskift. En fordel ved dette er, at en beslutningsregel er mere robust over for estimationsusikkerhed end porteføljeoptimering. I eksemplet foroven blev der anvendt et konfidensniveau på 95% til at udløse et regimeskift. Den optimale kritiske værdi for hvornår et signal om regimeskift er signifikant – og udløser en allokeringsændring – kan udregnes historisk; men det er langt fra sikkert, at denne værdi også vil være optimal fremadrettet. Den optimale kritiske værdi afhænger af parametre såsom handelsomkostninger og investors risikovillighed. Det er tvivlsomt, om en konstant værdi kan være optimal, når modelparametrene ændrer sig over tid. Derfor bør afvejningen mellem risiko og omkostninger forbundet med allokeringsændringer i stedet betragtes som et dynamisk optimeringsproblem.

Dynamisk aktivallokering

DAA er grundlæggende et flerperiode optimeringsproblem. Alligevel løses det ofte som en sekvens af enkeltperiode-optimeringer, hvilket bl.a. gør det svært at tage højde for konsekvensen af handler, begrænsninger på porteføljevægte samt tidsvarierende forudsigelser. Såfremt afkastforudsigelserne kommer fra en

regimeskiftmodel, vil større allokeringsændringer fortsat ske som en konsekvens af regimeskift.

Litteraturen om flerperiode-porteføljevalg udgøres hovedsageligt af tilgange baseret på dynamisk programmering, jf. Gârleanu og Pedersen (2013). Med undtagelse af nogle få specialtilfælde er dynamisk programmering dog ikke anvendelig i praksis grundet den beregningsmæssige kompleksitet. Af samme årsag betragter de fleste af sådanne studier kun et meget begrænset antal aktiver kombineret med simple målfunktioner og bibetingelser, jf. Mei, DeMiguel og Nogales (2016).

Modelprædiktiv regulering

Som et alternativ til dynamisk programmering har vi benyttet en tilgang baseret på modelprædiktiv regulering, jf. Faktaboks 2. For hver periode finder modellen den optimale allokering ved at foretage en afvejning mellem afkast og risiko baseret på afkastforudsigelser fra en regimeskiftmodel. Som en del af optimeringsproblemet kan der tilknyttes forskellige begrænsninger. I beregningerne forneden er der eksempelvis fastsat en grænse for det maksimalt tålelige tab. Den grundlæggende reguleringsstrategi er anderledes, end hvad der tidligere har været anvendt i sammenhæng med finansielle regimeskiftmodeller. Netop det forhold, at der er tale om en et flerperiode-optimeringsproblem, bidrager til at øge modellens robusthed over for usikkerheden om den fremtidige afkastudvikling.

Flerperiode-porteføljeoptimeringsproblemer med mange aktiver, omkostninger og begrænsninger kan løses meget hurtigt; ofte på langt under ét sekund, jf. Boyd m.fl. (2017). I praksis sker dette ved hjælp af software til konvekse optimering.¹ Den høje hastighed gør metoden særdeles anvendelig i praksis, herunder til back-testning af modellen over længere perioder.

EksPLICIT inddragelse af handels- og beholdningsomkostninger samt allokeringsbegrænsninger har vist sig at spille en vigtig rolle for optimeringsproblemet, jf. Nystrup m.fl. (2018). Dette skyldes, at de forskellige begrænsninger og omkostninger medvirker til at regularisere problemet og reducere antallet af porteføljeomlægninger i forhold til optimering uden bibetingelser. Derved reduceres betydningen af de estimationsfejl, der uundgåeligt opstår som følge af de finansielle markeders ikke-stationære natur, og som risikerer at eliminere fordelene ved porteføljeoptimering, jf. DeMiguel, Garlappi og Uppal (2009). Inddragelse af begrænsninger og omkostninger øger med andre ord modellens robusthed.

Tabskontrol

Valget af risikomål er afgørende for udfaldet af porteføljeoptimeringen. Det mest benyttede risikomål er porteføljens afkastvarians. Dette mål kritiseres dog for ikke i tilstrækkelig grad at tage højde for porteføljens tab i de værste scenarier, som for de fleste investorer har stor betydning, jf. Faktaboks 3. I vores analyse har vi valgt at benytte afkastvariansen som risikomål. For tilmed at tage højde for halerisikoen foreslås en dynamisk

FAKTABOKS 2: Modelprædiktiv regulering

Modelprædiktiv regulering anvendes især inden for ingeniørfaget, eksempelvis til styring af energisystemer, kemiske processer og selvkørende biler. Idéen er, at for at bestemme hvilke allokeringsændringer, der skal udføres, erstattes alle fremtidige ukendte parametre med forudsagte værdier over en planlægningshorisont H . For eksempel erstattes fremtidige afkast og kovarianser med deres forudsagte værdier $\hat{\mu}_{\tau|t}$ og $\hat{\Sigma}_{\tau|t}$, $\tau = t+1, \dots, t+H$, hvor $\hat{\mu}_{\tau|t}$ og $\hat{\Sigma}_{\tau|t}$ er forudsigelser lavet på tidspunkt t af afkastene og kovariansmatricen på tidspunkt τ . Derved reduceres problemet til et velkendt deterministisk optimeringsproblem:

$$\begin{aligned} &\text{maksimer} \quad \sum_{\tau=t+1}^{t+H} (\hat{\mu}_{\tau|t}^T w_{\tau} - \hat{\phi}_{\tau|t}^{\text{handel}}(w_{\tau}, w_{\tau-1}) - \hat{\phi}_{\tau|t}^{\text{behold}}(w_{\tau}) - \gamma_{\tau} w_{\tau}^T \hat{\Sigma}_{\tau|t} w_{\tau}) \\ &\text{u.h.t.} \quad 1^T w_{\tau} = 1, \quad \tau = t+1, \dots, t+H, \end{aligned}$$

med variable w_{t+1}, \dots, w_{t+H} og risikoaversionsparameter γ . Den nuværende allokering w_t er ikke en variabel, da den er kendt, mens $\hat{\phi}_{\tau|t}^{\text{handel}}$ og $\hat{\phi}_{\tau|t}^{\text{behold}}$ kan være estimater af de faktiske handels- og beholdningsomkostningsfunktioner eller vilkårlige funktioner, som, vurderet ud fra back-tests, giver gode resultater, jf. Boyd m.fl. (2017).

Løsningen til optimeringsproblemet er en optimal sekvens af vægte w_{t+1}, \dots, w_{t+H} . Differensen af denne sekvens er en plan for fremtidige handler over planlægningshorisonten H under den tvivlsomme antagelse, at alle fremtidige ukendte parametre bliver lig deres forudsagte værdi. Kun den første handel $w_{t+1} - w_t$ udføres. Næste dag gentages processen med udgangspunkt i den nye portefølje w_{t+1} . Planlægningshorisonten kan typisk være væsentligt kortere end investeringshorisonten, uden at det påvirker resultatet.

Modelprædiktiv regulering kan kritiseres for kun at approksimere den sande løsning baseret på dynamisk programmering; men i praksis er forskellen lille. Den dynamiske programmeringsformulering er i sig selv en approksimation baseret på forskellige antagelser – såsom uafhængige og identisk fordelte afkast – som ofte ikke holder i praksis, hvorfor ideen om én optimal strategi er tvivlsom.

1. *Konvekse optimeringsproblemer er en særlig klasse af matematiske optimeringsproblemer, der er lettere at løse, fordi det på forhånd vides, at problemet kun har ét optimum, som dermed også er det globale optimum.*

FAKTABOKS 3: Varians og halerisiko

Afkastvariansen kritiseres ofte for ikke i tilstrækkelig grad at tage højde for porteføljens tab i de værste scenarier, som for de fleste investorer har stor betydning. Derfor foretages porteføljioptimering i stedet ofte med udgangspunkt i porteføljens halerisiko. Estimering af afkastfordelingens haler er imidlertid forbundet med langt større usikkerhed end estimering af dens varians. På den baggrund vil porteføljer designet til at minimere halerisikoen ofte realisere et større tab out-of-sample end den såkaldte minimumvariansportefølje, jf. Lim, Shanthikumar og Vahn (2011) og Downing m.fl. (2015).

tilgang til tabskontrol, som har til hensigt at reducere de nedadrettede risici.

Tabskontrol indebærer, at risikoen i porteføljen reguleres i takt med udviklingen i det akkumulerede afkast. Kontrollementet består således i en række allokeringsændringer, som er nødvendige for med stor sandsynlighed at undgå et bestemt tab. Til brug for tabskontrol har vi valgt en forholdsvis simpel styringsalgoritme, hvor risikoaversionsparameteren γ_t er en funktion af det realiserede tab D_t samt det maksimalt tålelige tab D_{\max} :

$$\gamma_t = \gamma_0 \frac{D_{\max}}{D_{\max} - D_t},$$

hvor γ_0 er risikoaversionsparameteren, når det realiserede tab $D_t = 0$. Som det ses, stiger risikoaversionen i takt med, at D_t nærmer sig D_{\max} .

Det giver intuitivt mening for en investor, der bekymrer sig om at begrænse størrelsen af tab, at øge sin risikoaversion i takt med at det realiserede tab nærmer sig det maksimalt tålelige tab. Bemærk, hvis $\gamma_0 = 0$, er der tale om en risikoneutral investor, som blot ønsker at maksimere sit forventede afkast uden at tage hensyn til risikoen, mens hvis $\gamma_0 < 0$, er der tale om en risikopervers investor, der er villig til at betale for at løbe en risiko. I beregningerne er det valgt kun at betragte risikoaverse investorer, som vi anser for den mest repræsentative adfærd.

Sammenhængen mellem DAA og tabskontrol går langt tilbage. Siden Mertons (1973b) fortolkning af Black og Scholes' (1973) model til udledning af optionspriser, har det været kendt, at betalinger knyttet til ikke-lineære finansielle instrumenter kan replikeres via dynamisk handel i det underliggende aktiv og et risikofrit aktiv.

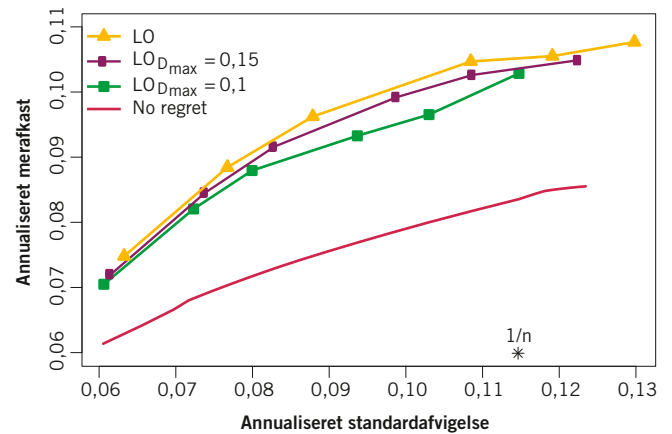
Resultater for DAA med tabskontrol

Den ovenfor skitserede tilgang til DAA og tabskontrol er testet *out-of-sample* i et investeringsunivers bestående af ti aktivklasser baseret på forudsigelser fra en multivariat skjult Markov-model med tidsvarierende parametre, jf. Nystrup m.fl. (2018). Allokeringen bestemmes således fra dag til dag af en porteføljioptimering baseret på afkastforudsigelser og følger ikke blot af det identificerede regime.

De valgte aktivklasser dækker et repræsentativt udsnit af det likvide investeringsunivers og omfatter børsnoterede aktier i udviklede økonomier og emerging markets, børsnoterede ejendomsselskaber, råvarer i form af guld og olie, kreditinvesteringer med lav og høj kreditrisiko, indeksobligationer samt statsobligationer.

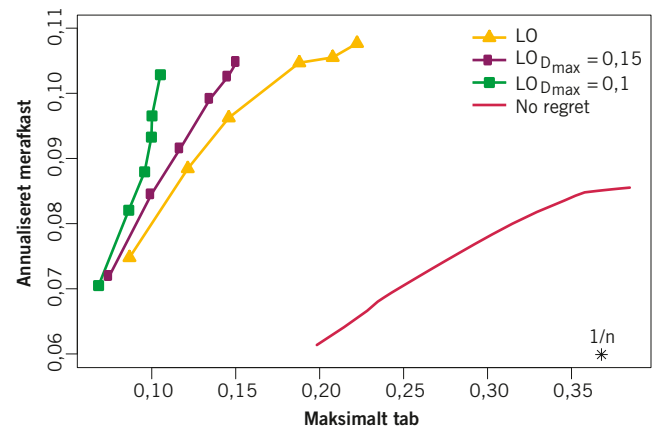
Figur 2 viser det annualiserede merafkast som funktion af

FIGUR 2: Den efficiente rand når risikoen måles som standardafvigelse.



Note: Punkterne på graferne, fra højre mod venstre, svarer til $\gamma_0 = 1, 3, 5, 10, 15, 25$, jf. Nystrup m.fl. (2018).

FIGUR 3: Den efficiente rand når risikoen måles som maksimalt tab.



Note: Punkterne på graferne, fra højre mod venstre, svarer til $\gamma_0 = 1, 3, 5, 10, 15, 25$, jf. Nystrup m.fl. (2018).

standardafvigelsen for forskellige dynamiske og statiske strategier. Optimeringen er foretaget under den forudsætning, at allokeringen mod en aktivklasse aldrig kan blive negativ. Endvidere er der taget højde for handelsomkostninger ved omallokeringer for at gøre problemet så realistisk som muligt.

I analysen er der set på tre dynamiske, long-only (LO) strategier, som adskilles af forskellige grader af tabskontrol repræsenteret ved det maksimalt tålelige tab. For den første er der ikke tilknyttet et maksimalt tåleligt tab, mens det maksimalt tålelige tab for den anden og tredje er sat til hhv. 15% og 10%. De tre strategier vurderes på tværs af investorer med forskellige grader af risikoaversion, hvilket giver et billede af den efficiente rand. Det er tydeligt, at det forventede afkast falder, jo mindre appetitten på risiko er.

Som illustreret kan tabskontrol implementeres stort set uden tab af middelværdi-varians efficiens. Ved at øge risikoaversionen i takt med at det maksimalt tålelige tab nærmer sig, allo-

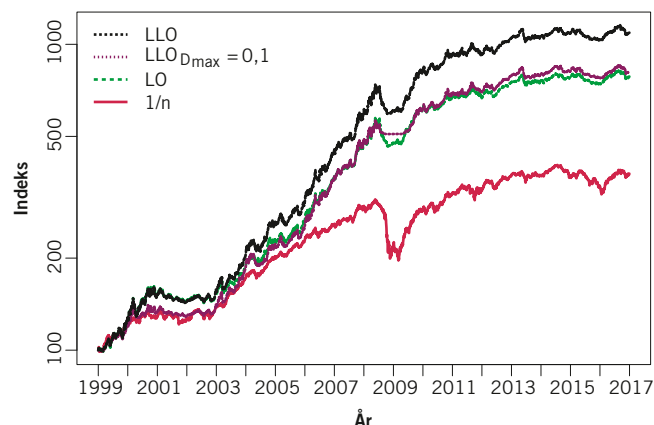
keres en større del af porteføljen til det risikofri aktiv. Denne tilgang minder om såkaldte Constant Proportion Portfolio Insurance-strategier, jf. Black og Jones (1987) og Black og Perold (1992). Indførelsen af tabskontrol medfører en højere gennemsnitlig risikoaversion og dermed reduceret risikotagning sammenholdt med strategier uden tabskontrol. Alligevel fører tabskontrol ikke til en væsentlig forringelse af det risikojusterede afkast, heller ikke selv om der er øgede handelsomkostninger som følge af et øget antal transaktioner.

Til sammenligning vises i Figur 2 resultaterne for to statiske strategier; dels en simpel ligevægtet portefølje ($1/n$), dels den efficiente rand for en strategi ved navn *no regret*. Det sidste er et udtryk for, at den efficiente rand her er beregnet ex post i det urealistiske scenarie med fuldt forhåndskendskab til fremtidige afkast. Den efficiente rand for denne strategi viser således det maksimale merafkast for statiske, long-only porteføljer med forskellige risikoniveauer.

Resultaterne viser med al tydelighed, at de dynamiske strategier er i stand til at slå porteføljerne langs den ex post efficiente rand. Dette er imponerende, særligt i betragtning af at den ex post efficiente rand er konstrueret i bagklogskabens klare lys og derfor ikke er opnåelig i praksis. For investorer, der insisterer på at rebalancere periodevist til et statisk, diversificeret benchmark, er det således ikke muligt at overgå de dynamiske strategier, selv ikke med fuldt kendskab til de fremtidige afkast på allokeringstidspunktet. DAA udvider naturligvis investeringsmulighedsområdet signifikant, men resultatet er alligevel bemærkelsesværdigt.

Den simple ligevægtede portefølje er langt fra at være efficient, hvilket ikke er overraskende, eftersom det kræver, at alle aktivklasser har samme afkast, risiko og indbyrdes korrelationer. På trods heraf klarer ligevægtede porteføljer sig i praksis ofte mindst lige så godt som traditionelle afkast-risiko-optimerede porteføljer, når man sammenligner evnen til at skabe afkast out-of-sample (DeMiguel, Garlappi og Uppal 2009), hvilket er årsagen til, at den er medtaget i sammenligningen. Det taler for, at den ex post efficiente rand ville ligge tættere på den ligevægtede portefølje, hvis ikke den havde haft fordel af perfekt fremsyn.

FIGUR 4: Afkastudviklingen for strategier med og uden gearing.



Note: Beregninger for $\gamma_0 = 5$, jf. Nystrup m.fl. (2018).

Figur 3 viser det annualiserede merafkast som funktion af det maksimale tab. Bemærk, afkastene er de samme som i Figur 2, det er kun risikomålet, som er ændret. Sammenholdt med Figur 2 er der flere interessante resultater.

For det første er der større forskel i afkast/risiko-forholdet, når risikoen opgøres som det maksimale tab. Dette gælder dels indbyrdes mellem de dynamiske strategier, ligesom afstanden mellem de dynamiske og statiske strategier er udvidet markant. Kombinationen af DAA og tabskontrol gør det muligt at reducere det maksimale tab med omkring 25%-point sammenholdt med en strategi baseret på perfekt fremsyn – ovenikøbet uden at det går ud over afkastet.

For det andet er det muligt at overholde det maksimalt tilladte tab næsten uanset graden af risikoaversion. Kun når $\gamma_0 = 1$ er der tale om en mindre overskridelse af risikorammen. Dette vidner om en særdeles effektiv styringsmekanisme til tabskontrol, hvilket især kommer investorer med en lav grad af risikoaversion til gode, der som følge af en gennemsnitligt højere allokering mod risikofyldte aktiver er i stand til at høste et betydeligt merafkast. Særligt i tilfældet med en tabsgrænse på 10% er det muligt at forbedre afkastet uden at påvirke den nedadrettede risiko nævneværdigt. For investorer med en høj grad af risikoaversion har det kun begrænset betydning for det risikojusterede afkast, hvorvidt der indføres tabskontrol.

De stærke afkast-risiko-egenskaber forbundet med DAA og tabskontrol kan udnyttes i et univers med gearing. Figur 4 viser afkastudviklingen for to dynamiske, long-only strategier med gearing (LLO), hvor den maksimale gearingsgrad er sat til 100%; strategien LLO er en gearet udgave af strategien LO foroven, mens $LLO_{Dmax=0,1}$ er en gearet udgave af $LO_{Dmax=0,1}$. Desuden vises afkastudviklingen for strategien LO og den ligevægtede portefølje. I alle tilfælde er der tale om en investor med moderat risikoaversion.

Som ventet klarer de dynamiske strategier sig markant bedre end den ligevægtede portefølje. Set over hele perioden er det den gearede strategi uden tabskontrol, som har det højeste afkast. Det maksimale tab, som finder sted i 2008, er i dette tilfælde ikke større, end hvad der ses for den tilsvarende dynamiske strategi uden gearing, hvilket i sig selv er interessant. Tilføjes af tabskontrol gør det muligt at begrænse den nedadrettede risiko betydeligt, jf. udviklingen for den gearede strategi med tabskontrol $LLO_{Dmax=0,1}$. Til gengæld lægger det også en dæmper på det opadrettede afkastpotentiale. Målt i forhold til den ligevægtede portefølje akkumulerer merafkastet generelt gradvist over hele perioden, om end størstedelen kan henføres til perioden 2003-2009.

Diskussion

I denne artikel har vi diskuteret en række resultater fra et nyligt afsluttet ErhvervsPhD-projekt om dynamisk aktivallokering baseret på identifikation af regimeskift i finansielle tidsrækker.

Regimeskiftmodeller kan tolkes som en momentumproces, når sandsynligheden for at blive i det samme regime er større end 50%. Alligevel adskiller RBAA sig markant fra traditionelle momentumstrategier, der bygger på at købe de aktiver, som over en bestemt periode har oplevet den stærkeste prisudvikling, og sælge de aktiver, som har haft den svageste prisudvikling. De fleste momentumstrategier er karakteriseret ved en afkastfordeling med en "tung" venstre hale, da strategierne ofte

oplever store tab, når markederne genvinder værdi i kølvandet på større nedture, jf. Daniel og Moskowitz (2016). Dette står i modsætning til RBAA-strategier, som medvirker til at reducere halerisikoen. Værdien ved RBAA kan i højere grad henføres til volatilitetstiming end afkastmomentum, jf. Fleming, Kirby og Ost diek (2001) og Nystrup m.fl. (2016). Det er da også blevet påvist, at volatilitetstiming kan udnyttes til at reducere halerisikoen forbundet med momentumstrategier, jf. Barroso og Santa-Clara (2015).

Det er en misforståelse, at middelværdi-varians-optimering ikke kan forenes med et fokus på at kontrollere halerisiko. Med fremgangsmåden præsenteret i denne artikel, hvor risikoaversionen justeres baseret på det realiserede tab, er det muligt at kontrollere størrelsen af tab uden at give afkald på middelværdi-varians-efficiens. Samtidigt er de dynamiske strategier i stand til at forbedre det risikojusterede afkast, ligesom merafkastet kan øges signifikant ved brug af gearing, uden at det fører til større tab undervejs.

En mulig forklaring på, hvorfor DAA kan være profitabelt, er, at ikke alle markedsdeltagere har mulighed for at sælge sine risikofyldte aktiver, i takt med at volatiliteten stiger og tab realiseres. Eksempelvis er der ofte fastsat rammer for, hvor meget pensionsvirksomheder og andre langsigtede investorer må afvige fra deres strategiske benchmarkallokering. Tilsvarende er mange kapitalforvaltere bundet til at følge udviklingen i bestemte markedsindeks nært.

Den begrænsede brug af dynamiske strategier, der er karakteriseret ved, at der periodevis kan være større afvigelser fra benchmark, indikerer, at mange investorer tilsyneladende er villige til at acceptere store tab. Dette kan skyldes et ønske om ikke at gå glip af en kraftig stigning i kølvandet på en større nedtur eller et ønske om ikke at afvige for meget fra markederne og konkurrenterne. Som påvist i denne artikel er der dog meget, som tyder på, at investorerne betaler en høj pris for dette i form af en betydelig, ukompenseret halerisiko.

Litteratur

- Ahlgren, Peter og Henrik Dahl, 2010: *Hidden Markov models – detecting regimes in financial time series*. Nykredit Asset Management, April 2010.
- Ang, Andrew og Allan Timmermann, 2012: Regime changes and financial markets. *Annual Review of Financial Economics*, 4 (1), s. 313-337.
- Ang, Andrew og Geert Bekaert, 2002: International asset allocation with regime shifts. *Review of Financial Studies*, 15 (4), s. 1137-1187.
- Barroso, Pedro og Pedro Santa-Clara, 2015: Momentum has its moments. *Journal of Financial Economics*, 116 (1), s. 111-120.
- Black, Fischer og André F. Perold, 1992: Theory of constant proportion portfolio insurance. *Journal of Economic Dynamics & Control*, 16 (3-4), s. 403-426.
- Black, Fischer og Myron Scholes, 1973: The pricing of options and corporate liabilities. *Journal of Political Economy*, 81 (3), s. 637-654.
- Black, Fischer og Robert W. Jones, 1987. Simplifying portfolio insurance. *Journal of Portfolio Management*, 14 (1), s. 48-51.
- Boyd, Stephen, Enzo Busseti, Steven Diamond, Ronald N. Kahn, Kwangmoo Koh, Peter Nystrup og Jan Speth, 2017: Multi-period trading via convex optimization. *Foundations and Trends in Optimization*, 3 (1), s. 1-76.
- Campbell, John Y., 1999: *Asset Prices, Consumption, and the Business Cycle*. Kap. 19 i *Handbook of Macroeconomics*, redigeret af John B. Taylor og Michael Woodford, 1231-1303. Amsterdam: Elsevier.
- Cochrane, John H., 2005: Financial markets and the real economy. *Foundations and Trends in Finance*, 1 (1), s. 1-101.
- Dacso, Robert og Steve Satchell, 1999: Why do regime-switching models forecast so badly? *Journal of Forecasting*, 18 (1), s. 1-16.
- Daniel, Kent og Tobias J. Moskowitz, 2016: Momentum crashes. *Journal of Financial Economics*, 122 (2), s. 221-247.
- DeMiguel, Victor, Lorenzo Garlappi og Raman Uppal, 2009: Optimal versus naive diversification: How inefficient is the 1/N portfolio strategy? *Review of Financial Studies*, 22 (5), s. 1915-1953.
- Downing, Chris, Ananth Madhavan, Alex Ulitsky og Ajit Singh, 2015: Portfolio construction and tail risk. *Journal of Portfolio Management*, 42 (1), s. 85-102.
- Engsted, Tom, 2006: Kan afkast forudsiges i et efficient marked? *Finans/Invest*, 6/06, s. 4-8.
- Fama, Eugene F., 1970: Efficient capital markets: A review of theory and empirical work. *Journal of Finance*, 25 (2), s. 383-417.
- Fleming, Jeff, Chris Kirby og Barbara Ost diek, 2001: The economic value of volatility timing. *Journal of Finance*, 56 (1), s. 329-352.
- Gârleanu, Nicolae, og Lasse H. Pedersen, 2013: Dynamic trading with predictable returns and transaction costs. *Journal of Finance*, 68 (6), s. 2309-2340.
- Grandmont, Jean-Michel, 1985: On endogenous competitive business cycles. *Econometrica*, 53 (5), s. 995-1045.
- Guidolin, Massimo, 2011: *Markov Switching Models in Empirical Finance*. Årg. 27b, i *Missing Data Methods: Time-Series Methods and Applications*, redigeret af David M. Drukker, 1-86. Bingley: Emerald Group Publishing.
- Hesselholt, Mads og Teis Knuthsen, 2009: *Investeringsstrategi på tværs af konjunkturerne*. Nykredit Asset Management, Maj 2009.
- Ibragimov, Rustam, Dwight Jaffee og Johan Walden, 2011: Diversification disasters. *Journal of Financial Economics*, 99 (2), s. 333-348.
- Kritzman, Mark og Yuanzhen Li, 2010: Skulls, financial turbulence, and risk management. *Financial Analysts Journal*, 66 (5), s. 30-41.
- Lim, Andrew E.B., J. George Shanthikumar og Gah-Yi Vahn, 2011: Conditional value-at-risk in portfolio optimization: Coherent but fragile. *Operations Research Letters*, 39 (3), s. 163-171.
- Mei, Xiaoling, Victor DeMiguel og Francisco J. Nogales, 2016: Multiperiod portfolio optimization with multiple risky assets and general transaction costs. *Journal of Banking & Finance*, 69, s. 108-120.
- Merton, Robert C, 1973a: An intertemporal capital asset pricing model. *Econometrica*, 41 (5), s. 867-887.

- Merton, Robert C., 1973b: Theory of rational option pricing. *Bell Journal of Economics and Management Science*, 4 (1), s. 141-183.
- Moreira, Alan og Tyler Muir, 2017: Volatility-managed portfolios. *Journal of Finance*, 72 (4), s. 1611-1644.
- Nystrup, Peter, Bo W. Hansen, Henrik Madsen og Erik Lindström, 2015: Regime-based versus static asset allocation: Letting the data speak. *Journal of Portfolio Management*, 42 (1), s. 103-109.
- Nystrup, Peter, Bo W. Hansen, Henrik Madsen og Erik Lindström, 2016: Detecting change points in VIX and S&P 500: A new approach to dynamic asset allocation. *Journal of Asset Management*, 17 (5), s. 361-374.
- Nystrup, Peter, Bo W. Hansen, Henrik O. Larsen, Henrik Madsen og Erik Lindström, 2017: Dynamic allocation or diversification: A regime-based approach to multiple assets. *Journal of Portfolio Management*, 44 (2), s. 62-73.
- Nystrup, Peter, Henrik Madsen og Erik Lindström, 2017: Long memory of financial time series and hidden Markov models with time-varying parameters. *Journal of Forecasting*, 36 (8), s. 989-1002.
- Nystrup, Peter, Stephen Boyd, Erik Lindström og Henrik Madsen, 2018: Multi-period portfolio selection with draw-down control. *Annals of Operations Research*, forthcoming.
- Pedersen, Lasse H., 2015: *Efficiently inefficient: how smart money invests and market prices are determined*. Princeton: Princeton University Press.
- Pedersen, Lasse H., 2009: When everyone runs for the exit. *International Journal of Central Banking*, 5(4), s. 177-199. ■

ANSVARLIGE INVESTERINGER ► FORTSAT FRA SIDE 27

- Erhvervsstyrelsen, 2018: *Vejledning om ansvarlige investeringer*. https://samfundsansvar.dk/sites/default/files/vejledning-ansvarlige-investering_erhvervsstyrelsen2018.pdf
- Erhvervs- og Selskabsstyrelsen, 2010: *Vejledning om ansvarlige investeringer*. https://erhvervsstyrelsen.dk/sites/default/files/Vejledning_om_ansvarlige_investeringer_sep2010.pdf
- Erhvervs- og Vækstministeriet, 2012: *L 125 – svar på spm. 11*, Folketinget, Samling 2011-12. <https://www.ft.dk/samling/2011/lovforslag/L125/spm/11/svar/885050/1121717.pdf>
- Eurosif, 2016: *European SRI Study 2016*. www.eurosif.org/wp-content/uploads/2016/11/SRI-study-2016-HR.pdf
- OECD, 2011: *OECD Guidelines for Multinational Enterprises*. <http://www.oecd.org/daf/inv/mne/48004323.pdf>
- OECD, 2017: *Responsible business conduct for institutional investors*. <https://mneguidelines.oecd.org/RBC-for-Institutional-Investors.pdf>
- Ugeskrift for Retsvæsen, 2017: *U.2017.824H*, s. 825-853.
- United Nations, 2011: *Guiding Principles on Business and Human Rights*. http://www.ohchr.org/Documents/Publications/GuidingPrinciplesBusinessHR_EN.pdf ■

LEDER ► FORTSAT FRA SIDE 5

langsomt klogere i forhold til konsekvenserne heraf, men der er stadig en lang række ubesvarede spørgsmål eksempelvis i forhold til betydningen af nye strukturer på markedet for investeringsbeviser, udviklingen i fondenes omkostninger, definitionen og fortolkningen af fondenes indirekte omkostninger, samt hvorledes kvalitetsforbedrende services skal forstås og dokumenteres.

Baseret på det vi ved, er den foreløbige konklusion dog, at man (desværre i forhold til de alt andet lige gode intentioner bag MiFID II) må give Carsten Tanggaard ret i sin tidlige observation om, at ”Der skrues på alle knapper. Nogle omkostninger går op, nogle går ned, og nye produkter indføres. Alt sammen har den effekt, at ikke en kat kan finde ud af, hvordan markedet for private investeringer ser ud. Jeg bryder mig ikke om det, jeg ser”, jf. Børsen (2017).

Litteratur

- Børsen, 2017: Efter gebyrforbud: Banker snupper milliard-besparelse fra investorer. 25. september, 2017.
- Finans Danmark, 2018: *Hvad er indirekte handelsomkostninger? En teknisk gennemgang*. Notat, marts 2018.
- Finanstilsynet, 2018: *Temaundersøgelse om provisionsforbuddets konsekvenser*. Rapport, Finanstilsynet, 26. juni 2018.
- FinansWatch, 2018: *Mifid II's effekt på børsmarkederne har været stik mod hensigten*. 7. maj, 2018.
- Lund-Thomsen, Frederik, Morten H. Rasmussen og Anders K. Balling, 2018: Nye regler, nye markeder? Provisionsforbuddets effekt på det danske marked for noterede investeringsbeviser. *Finans/Invest*, 4/18, s. 7-14.
- Økonomisk Ugebrev, 2018a: *Fondsprofessor: Tilsynets nye omkostningstal er for lave*. 18. juni, 2018. ■